Activité 4 : découverte des triplets pythagoriciens avec un tableur

On dit que (a;b;c) est un ***triplet pythagoricien*** *lorsque $a^2+b^2=c^2$ où a, b et c sont des nombres entiers positifs. Un triplet pythagoricien permet donc de définir un triangle rectangle dont les côtés ont pour longueurs des nombres entiers.*

1. (3; 4; 5) est-il un triplet pythagoricien ? Justifier.
2. Lancer le tableur Open Office Calc.

   Les questions suivantes ont pour but de générer des triplets de la forme ($2n+1$; $2n^2+2n$; $2n^2+2n+1$) et de la forme ($2n$; n^2-1; n^2+1) avec n entier positif, à l'aide du tableur, et de vérifier s'ils sont pythagoriciens.

3. Sur la première ligne de la feuille ouverte du tableur, créer des « étiquettes » comme ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	n	2n+1	2n²+2n	2n²+2n+1	a²+b²	c²		2n	n²-1	n²+1	a²+b²	c²

4. Placer les chiffres 1 et 2 respectivement dans les cases A2 et A3. Puis cliquer sur la case A3. Sélectionner ensuite le carré noir en bas à droite de la case, et tirer vers le bas, sans relâcher. Lorsque vous relâchez, la colonne A se complète avec une suite de nombres entiers consécutifs.

5. Dans la case B2, saisir la formule =2*A2+1 correspondant à l'étiquette « 2n+1 » de B1.
   De même, dans la case C2, saisir la formule =2*A2^2+2*A2 correspondant à l'étiquette « $2n^2+2n$ » de C1.

6. Saisissez de même les formules adéquates pour D2, E2, F2 puis H2, I2, J2, K2 et L2.

7. Prolonger les colonnes, de la même manière qu'à la question 4.

   Vous avez généré deux séries de triplets dans les colonnes C,D,E et H,I,J.

8. Ces triplets sont-ils pythagoriciens ? Justifier.

9. Déterminer quelques triangles rectangles dont les longueurs des côtés sont des nombres entiers et dont la longueur de l'hypoténuse est comprise entre 60 et 70.

   On admet que tous les triplets de la forme ($2n+1$; $2n^2+2n$; $2n^2+2n+1$) ou ($2n$; n^2-1; n^2+1) avec n entier positif, ainsi que tous les triplets de la forme ($2kxy$, $k(x^2-y^2)$, $k(x^2+y^2)$) avec k, x, y entiers positifs et $x>y$ sont pythagoriciens.

10. Générer dans une nouvelle feuille du tableur des triplets pythagoriciens de la forme **(**$2kxy$, $k(x^2-y^2)$, $k(x^2+y^2)$**)**, puis reprendre la question 9.