# Corrigé du DM n°1

**DM n° 1** : Exercices 47 et 48 page 108 du manuel Abscisse de Magnard édition 2004

## Exercice 47 page 108

**Soient A(5; -1), B(3; 2) et C(6; 4) dans le plan muni d'un repère orthonormal** $(O;\vec{i};\vec{j})$ **.**
**1. Calculer les longueurs AB, AC et BC des côtés du triangle ABC. En déduire la nature du triangle ABC.**

On est dans un repère orthonormal, donc on peut appliquer la formule du cours donnant la distance entre deux points du plan (due au théorème de Pythagore) :

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$$
$$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{1^2+5^2}=\sqrt{26}$$
$$BC=\sqrt{(x_B-x_C)^2+(y_B-y_C)^2}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$$

Dans le triangle ABC, on remarque AB=BC, donc le triangle est isocèle en B.
De plus $AB^2 + BC^2 = 13+13 = 26 = AC^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle en B. Le triangle ABC est donc isocèle rectangle en B.

**2. Soit I le milieu du segment [AC] et D le symétrique de B par rapport à I.**
**a) Déterminer les coordonnées des points I et D**

Les coordonnées du milieu I de [AC] sont : $(x_I;y_I)=\left(\frac{x_A+x_c}{2};\frac{y_A+y_c}{2}\right)=\left(\frac{5+6}{2};\frac{-1+4}{2}\right)=\left(\frac{11}{2};\frac{3}{2}\right)$ .

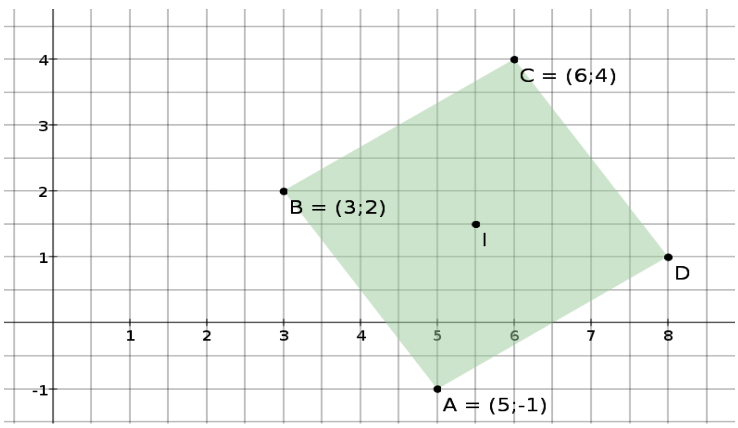
D le symétrique de B par rapport à I, donc I est aussi le milieu de [BD]. On a donc :

$(x_I,y_I)=\left(\frac{x_B+x_D}{2};\frac{y_B+y_D}{2}\right)$ donc $(2x_I,2y_I)=(x_B+x_D;y_B+y_D)$ d'où :

$(x_D;y_D)=(2x_I-x_B,2y_I-y_B)=\left(\frac{2*11}{2}-3;\frac{2*3}{2}-2\right)=(8;1)$ . D a donc pour coordonnées $(8;1)$ .

**b. Montrer que ABCD est un parallélogramme puis que ABCD est un carré.**

La méthode la plus efficace ici est de dire que I est milieu de [AC] et [BD], donc ABCD est un parallélogramme.
(Une autre façon de faire est de montrer une des égalités de vecteurs : $\vec{BC}=\vec{AD}$ ou $\vec{AB}=\vec{DC}$ .)
Or AB = BC donc le parallélogramme ABCD est en fait un losange.
De plus l'angle $\widehat{ABC}$ est droit; le losange ABCD possède donc un angle droit, c'est donc est un carré.



## Exercice 48 page 108

**Soient E(-2; 1), F(4; 3), G(7; -6) et H(1; -8) dans le plan muni d'un repère orthonormal** $(O;\vec{i};\vec{j})$ **.**
**1. Montrer que le quadrilatère EFGH est un parallélogramme.**

*1ère méthode* : on montre que les segments [EG] et [FH] ont même milieu.
Soient M le milieu de [EG] et N celui de [FH].

M a pour coordonnées $(x_M;y_M)=\left(\frac{x_E+x_G}{2};\frac{y_E+y_G}{2}\right)=\left(\frac{-2+7}{2};\frac{1-6}{2}\right)=\left(\frac{5}{2};-\frac{5}{2}\right)$ .

N a pour coordonnées $(x_N;y_N)=\left(\frac{x_F+x_H}{2};\frac{y_F+y_H}{2}\right)=\left(\frac{4+1}{2};\frac{3-8}{2}\right)=\left(\frac{5}{2};-\frac{5}{2}\right)$

Les points M et N sont donc confondus. Les diagonales du quadrilatère EFGH se coupent donc en leur milieu donc EFGH est un parallélogramme.

*2ème méthode* : on montre au choix que $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{HG}$ ou $\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{FG}$ mais il est inutile de montrer les deux.

**2. Calculer les longueurs du triangle EFG. En déduire que le quadrilatère EFGH est un rectangle.**

On est dans un repère orthonormal, donc on peut appliquer la formule du cours donnant la distance entre deux points du plan (due au théorème de Pythagore) :

$$EF=\sqrt{(x_F-x_E)^2+(y_F-y_E)^2}=\sqrt{6^2+2^2}=\sqrt{40}$$
$$FG=\sqrt{(x_G-x_F)^2+(y_G-y_F)^2}=\sqrt{3^2+9^2}=\sqrt{90}$$
$$EG=\sqrt{(x_G-x_E)^2+(y_G-y_E)^2}=\sqrt{9^2+7^2}=\sqrt{130}$$

On constate que EF²+FG² = 40+90 = 130 = EG². Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EFG est rectangle en F. Donc l'angle $\widehat{EFG}$ est droit. Le parallélogramme EFGH possède donc un angle droit, c'est donc un rectangle.

**3. Calculer le périmètre et l'aire du rectangle EFGH.**

Le rectangle EFGH a pour périmètre :
$$P=EF+FG+GH+HE=2*EF+2*FG=2*(\sqrt{40}+\sqrt{90})=2(2\sqrt{10}+3\sqrt{10})=10\sqrt{10}$$ .

Et il a pour aire : $A=\sqrt{40}*\sqrt{90}=2\sqrt{10}*3\sqrt{10}=6*10=60$ .