Chapitre 10 : Parallélogrammes particuliers

I. Rectangles

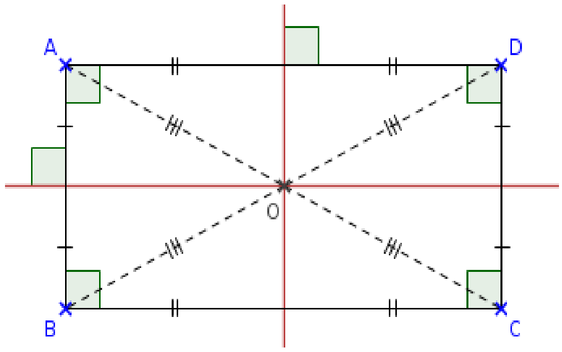
1. Définition et propriétés d'un rectangle

Définition : Un rectangle est un quadrilatère dont les quatre angles …............….......................... .

Exemple : ABCD est un rectangle
car $\hat{ABC}=\hat{BCD}=\hat{CDA}=\hat{DAB}=......$

Remarque : Un rectangle est un parallélogramme particulier. Il possède donc toutes les propriétés d'un parallélogramme ainsi que des propriétés propres.

Propriétés : Si un quadrilatère est un rectangle, alors :
- ses côtés opposés sont …...
- ses diagonales se coupent …......................... et …..
- il a deux axes de symétries : …...
- il a un centre de symétrie : …..



Exemple : ABCD est un rectangle, donc :

- ✔ (AB) (CD) et (AD) (BC) ; AB CD et AD BC;
- ✔ les diagonales [AC] et [BD] se coupent en …..................
  …...................... qui est centre de symétrie du rectangle.
- ✔ AC BD. Ainsi, OA OB OC OD
- ✔ les médiatrices de [AB] et [AD] sont ….................................

2. Reconnaître un rectangle

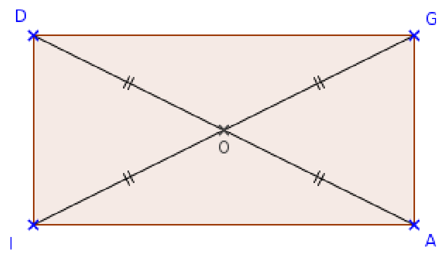
Propriété : Si un quadrilatère possède …........ angles droits, alors c'est un rectangle.

Exemple : Le quadrilatère …........... possède ….... angles droits …......., …......... et …........... . Donc …....... est un rectangle.

Propriété : Si un parallélogramme possède …...... angle droit, alors c'est un rectangle.

Exemple : le parallélogramme …....... possède un angle droit …...... . Donc …......... est un rectangle.

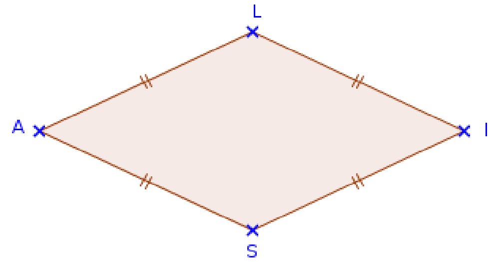
Propriété : Si un parallélogramme possède des diagonales.., alors c'est un rectangle.



Exemple : le parallélogramme …....... a ses diagonales ….... et ….... de même longueur. Donc …........ est un rectangle.

II.Losanges

1. Définition et propriétés d'un losange



Définition : Un losange est un quadrilatère dont les quatre côtés.......................……………………………………………………… .

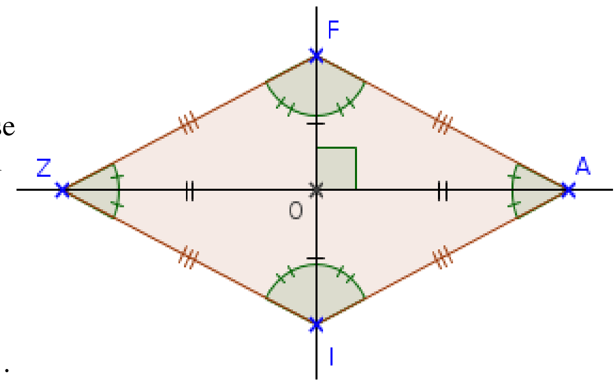
Exemple : LISA est un losange car = = = .

Remarque : Un losange est un parallélogramme particulier. Il possède donc toutes les propriétés d'un parallélogramme ainsi que des propriétés propres.

Propriétés : Si un quadrilatère est un losange, alors :

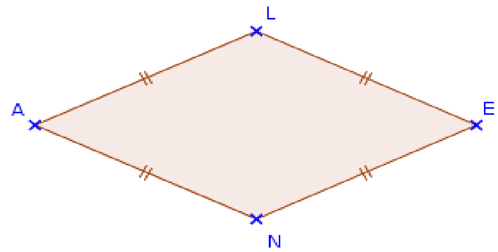
- ses côtés opposés sont …………………………………………………………………………………………
- ses diagonales se coupent …........................... et …...
- ses angles opposés …................................ et deux angles consécutifs …...................................
- il a deux axes de symétries : …..................................... .
- il a un centre de symétrie : …...

Exemple : FAIZ est un losange, donc :



- ✔ (FA) (IZ) et (FZ) (IA) ; FA IZ et FZ IA
- ✔ les diagonales [AC] et [BD] sont …............................... et se coupent en …... qui est aussi centre de symétrie du losange.
- ✔ $\widehat{FAI}$ $\widehat{FZI}$ et $\widehat{AFZ}$ $\widehat{AIZ}$
- ✔ $\widehat{FAI} + \widehat{AIZ} = \widehat{AIZ} + \widehat{IZF} = \widehat{IZF} + \widehat{ZFA} = \widehat{ZFA} + \widehat{FAI} =$
- ✔ les droites (FI) et (AZ) sont ….. .

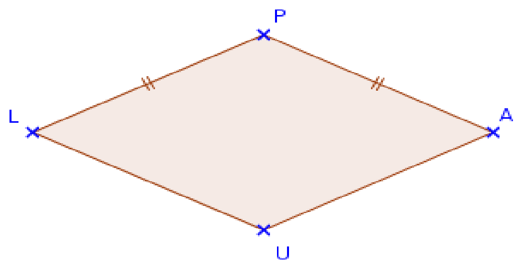
2. Reconnaître un losange



Propriété : Si un …....................... a ….......... côtés de même longueur, alors c'est un losange (cf. définition du losange).

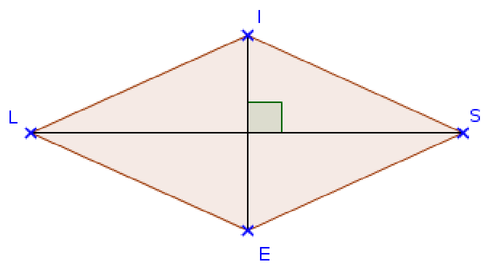
Exemple : Dans le …..................... LENA, = = =

donc LENA est un …............. .



Propriété : Si un parallélogramme a …...... côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange.

Exemple : Dans le …....................... PAUL, = .
Donc PAUL est un …............. .



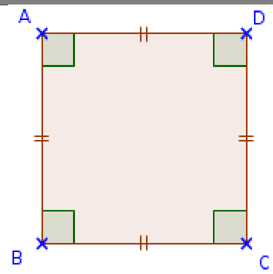
Propriété : Si un …............................... a ses diagonales …......................................., alors c'est un losange.

Exemple : Le …................................ LISE a ses diagonales ….... et ….…... perpendiculaires. Donc LISE est un …..................... .

III.Carrés

1. Définition et propriétés d'un carré

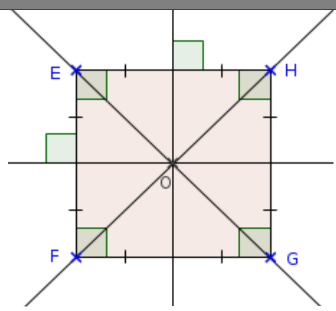
Définition : Un carré est un quadrilatère qui a ses quatre angles .... et ses quatre côtés ....



Exemple : ABCD est un carré car $\hat{A}BC = \hat{B}CD = \hat{C}DA = \hat{D}AB = ...$ et AB BC CD DA.

Remarque : Un carré est donc un rectangle particulier et un losange particulier, c'est donc aussi un parallélogramme. Il possède donc toutes les propriétés d'un parallélogramme, d'un rectangle et d'un losange, ainsi que des propriétés propres. Écrivons ci-dessous uniquement les propriétés de symétrie.

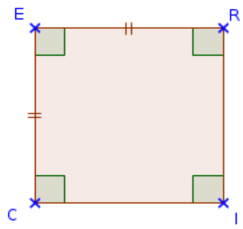
Propriétés : Si un quadrilatère est un carré, alors :
- il a .... axes de symétries :... ....
- il a un centre de symétrie : ....



Exemple : Pour le carré EFGH :

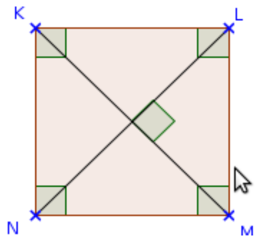
- ✔ les diagonales .... et .... les médiatrices de .... et .... sont ses axes de symétrie.
- ✔ O, le point d'intersection des diagonales, est son centre de symétrie.

2. Reconnaître un carré



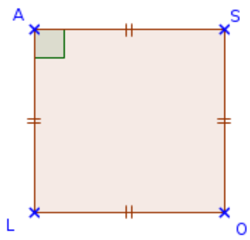
Propriété : Si un .... a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un carré.

Exemple : Dans le .... ERIC, = donc ERIC est un carré.



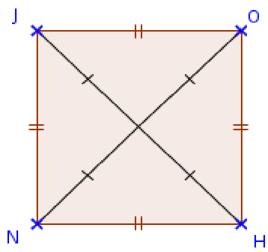
Propriété : Si un .... a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un carré.

Exemple : Dans le .... KLMN, ... et ...... sont perpendiculaires, donc KLMN est un carré.



Propriété : Si un .... a un angle droit, alors c'est un carré.

Exemple : Dans le .... LOSA, ... = 90°, donc LOSA est un carré.



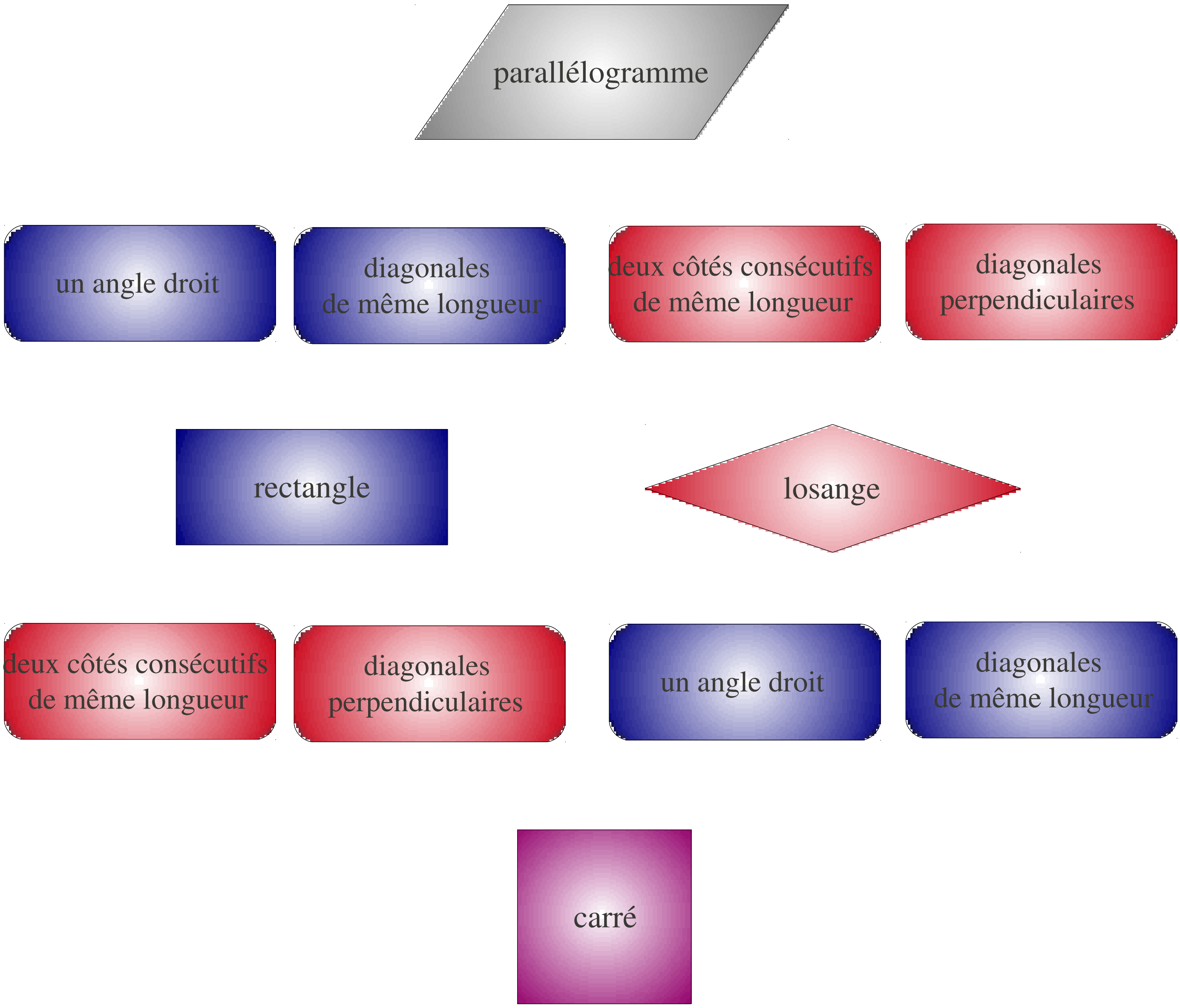
Propriété : Si un .... a ses diagonales de même longueur, alors c'est un carré.

Exemple : Dans le .... JOHN, les diagonales .... et .... sont de même longueur, donc JOHN est un carré.

n

IV. Synthèse

On peut résumer l'ensemble des propriétés de reconnaissance de parallélogrammes particuliers (rectangles, losanges et carrés) avec le diagramme suivant :



Comment lire le diagramme ?
Un parallélogramme qui a un angle .... et deux côtés consécutifs .... est un carré.
Un parallélogramme qui a un angle .... et ses diagonales .... est un carré.
Un parallélogramme qui a ses diagonales …..............................….. et.. est un carré.
Un parallélogramme qui a ses diagonales …....................................….. et deux côtés consécutifs ….. est un carré.

<u>Propriété utile</u> : Dans n'importe quel quadrilatère, la somme des angles est égale à …......... .

<u>Démonstration</u> : En traçant une diagonale, on sépare le quadrilatère en deux triangles. Pour chacun des deux triangles, la somme des angles est de 180°.
La somme des angles du quadrilatère est donc de $2\times180° =$ …......... .